

**ВСЕРОССИЙСКИЙ КОНКУРС ДОСТИЖЕНИЙ ТАЛАНТЛИВОЙ
МОЛОДЁЖИ
«НАЦИОНАЛЬНОЕ ДОСТОЯНИЕ РОССИИ»**

Направление: Математика

**Тема: Решение прикладных задач с помощью табличного редактора
Microsoft Office Excel (Open Office Calc)**

Соискатель: Голощапов Максим Владимирович

Научный руководитель: Бородина Марина Борисовна

Место выполнения работы: 353800 Краснодарский край, Красноармейский район, станица Полтавская, МБОУ СОШ №1 имени Дудина Николая Максимовича Героя Советского Союза

АННОТАЦИЯ

к научно-исследовательской работе «Решение прикладных задач с помощью табличного редактора Microsoft Excel Office (Open Office Calc)»

Научно-исследовательская работа «Решение прикладных задач с помощью табличного редактора Microsoft Office Excel (Open Office Calc)» предназначена для учащихся 10-11 классов, а также тем, кто использует математические методы исследования в своей работе. Некоторые части исследовательской работы покажутся простыми и ясными, другие потребуют напряженной работы ума и цепкой памяти.

Разработана работа в соответствии с ФГОС, с учебным планом и программой курса «Математика 10-11 класс». Содержит теоретический материал, задачи и способы их решения в текстовом редакторе Microsoft Office Excel (Open Office Calc), разбор которых позволит получить системные знания по дисциплине «Математика», а также облегчит проверку сложных вычислений в задачах учащимся и учителю.

Проведя исследование, как учащиеся 10-11 классов на уроках математики или на занятиях внеурочной деятельности в школах станицы Полтавской Красноармейского района решают задачи по темам: «Линейная алгебра», «Векторная алгебра», «Аналитическая геометрия», «Регрессия», возникла необходимость им в методической помощи.

В школьной жизни часто случаются изменения: одни учебные курсы исчезают, другие добавляются. По всем разделам школьной математики существуют учебно-методические комплекты, но бесплатных интерактивных программ-решалок, не так много. Ученик не готов к собственной интеллектуальной активности, следовательно, надо ему в этом помочь. Это - проведение практических работ, экспериментов, исследовательской и проектной деятельности, где каждый ученик после длительного процесса решения задачи, будет не против, проверить правильность своего решения, через интерактивную-решалку, а также каждому учителю на уроке не помешает «помощник» для проверки ответов, если задания учащиеся будут получать дифференцированные и вариативные. Если у учащегося возникли затруднения при решении задач с векторами, определителями, матрицами, системами и т.д., можно воспользоваться «решалками» для решения подобных задач. Используя, их ученик сможет решать задачи или проверить полученные им решения. Для лучшего усвоения материала «решалки» выдают не только ответ, но и детальный ход решения задач.

Научно-исследовательская работа «Решение прикладных задач с помощью табличного редактора Microsoft Office Excel (Open Office Calc)» - это комплекс заданий по математике для самоконтроля, проверки знаний, которая включает в себя задания для практической работы по математике. Работа предназначена для стимулирования интереса к изучаемому материалу и помогает лучше организовать работу как самостоятельную, так и индивидуальную. Это дает возможность учителю избавить детей от преодоления трудностей и полнее выявить знания учащихся по темам.

Результаты обучения: усвоение и корректное использование абстрактных понятий таких как: вектор, матрица, определитель матрицы, система уравнений, уравнения прямой на плоскости. Умение на основе анализа методами линейной алгебры, векторной алгебры и аналитической геометрии увидеть и корректно сформулировать результат.

Формируемые компетенции: способность самостоятельно увидеть следствия сформулированного результата. Способность самостоятельно построить алгоритм и проанализировать его.

Важный фактор усвоения курса математики и овладения её методами – это самостоятельная работа учащихся.

Работа содержит ответы на интересующие вопросы, в которой рассматриваются «задачеловушки» встречающиеся в математике, в которых излагаются трудно осваиваемые задачи и можно ознакомиться с разными способами их решения.

На основе большого практического материала дается возможность отслеживать материал в ходе его изучения, закреплять его, используя «решалки» решения задач. Это позволяет учителю управлять учебным процессом, вносить в него коррективы, сделать обучение математики дифференцированным, а иногда и индивидуальным.

Актуальность разработки не требует дополнительных доказательств, т.к. в работе приведено достаточное количество заданий, способствующих выработке навыков, умений и знаний и самоконтроля.

Практическая значимость научно-исследовательской работы «Решение прикладных задач с помощью табличного редактора Microsoft Office Excel (Open Office Calc)» заключается в том, что материал даёт возможность учителю повышая плотность урока, систематически отслеживать динамику усвоения учащимися материала основных тем, а обучающимся делает процесс закрепления более осознанным и интересным, а это повышает интерес к задачам «Линейной алгебры», «Векторной алгебры», «Аналитической геометрии», «Регрессии» и делает его более привлекательным. Идёт выработка навыков решения определенных видов задач, отработка и применение алгоритмов для некоторых видов задач повышенной трудности. И результативно сдать экзамены по математике.

Основными **критериями эффективности** работы, кроме результативных показателей, являются характеристики самого методического процесса: системность, самообразование, наставничество, консультирование, этапность. После ознакомления учащимися с проектом, процент решаемости задач по «Линейной алгебре», «Векторной алгебре», «Аналитической геометрии», «Регрессии» увеличился.

СОДЕРЖАНИЕ

1.	ВВЕДЕНИЕ.....	5
2.	ЛИНЕЙНАЯ, ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРЫ, АНАЛЕТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ, РЕГРЕССИЯ	8
2.1	Матрицы и определители.....	10
2.2	Системы линейных уравнений.....	13
2.3	Вектор.....	15
2.4	Аналитическая геометрия.....	16
2.5	Регрессия.....	17
3.	ИССЛЕДОВАНИЕ	19
3.1	Сбор и анализ данных.....	19
3.2	Проект «Решение прикладных задач с помощью табличного редактора Microsoft Office Excel (Open Office Calc)».....	22
4.	КЛУБ ШКОЛЬНИКОВ МБОУ СОШ №1 «ВЕКТОР».....	27
5.	ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	32
6.	СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	33
7.	ПРИЛОЖЕНИЯ.....	34

ВВЕДЕНИЕ

Прикладные задачи в математике - это задачи, которые возникают в различных областях деятельности (науке, технике, экономике и т.д.) и решаются с использованием математических методов. Они связаны с реальными ситуациями и требуют применения математических знаний для получения практического решения.

Примеры прикладных задач:

- Оптимизационные задачи:

Например, задача о нахождении наилучшего маршрута для доставки грузов, определение оптимальных размеров для строительства, минимизация затрат на производство при заданном объеме выпуска.

- Моделирование процессов:

Создание математических моделей для описания и прогнозирования динамики численности населения, поведения экономических систем, распространения заболеваний.

- Задачи линейного программирования:

Например, задачи о распределении ресурсов, планировании производства, составлении оптимального рациона питания.

- Задачи теории вероятностей и статистики:

Анализ данных, прогнозирование исходов событий, оценка рисков.

- Задачи линейной алгебры и аналитической геометрии:

Основные задачи линейной алгебры и аналитической геометрии включают в себя изучение векторных пространств, решение систем линейных уравнений, работу с матрицами и определителями, а также исследование геометрических объектов (точек, прямых, плоскостей, кривых и поверхностей) с помощью аналитических методов. Аналитическая геометрия использует координаты и уравнения для описания и изучения геометрических фигур, в то время как линейная алгебра предоставляет инструменты для работы с этими уравнениями и объектами.

- Задачи в экономике и финансах:

Анализ финансовых рынков, оценка инвестиционных проектов, прогнозирование экономических показателей.

Особенности прикладных задач:

- ✓ Они часто требуют формулировки математической модели, описывающей реальную ситуацию.
- ✓ Решение таких задач может включать в себя использование различных математических методов и техник.
- ✓ Результаты решения прикладных задач должны быть интерпретированы в контексте исходной проблемы.

Прикладная математика - это область знаний, которая объединяет математические методы и моделирование для решения практических задач в различных сферах деятельности.

Табличные редакторы, такие как Excel или Calc, широко применяются для решения различных прикладных задач, автоматизируя расчеты и анализ данных. Они позволяют создавать таблицы, вводить и обрабатывать данные, выполнять вычисления, строить графики и диаграммы. Табличные редакторы являются мощным инструментом для решения множества прикладных задач, позволяя автоматизировать вычисления, анализировать данные и представлять их в удобном виде.

Современное общество развивается ускоренными темпами. Эти изменения влияют и на ситуацию в сфере образования. Согласно ФГОС СОО, основным подходом в современном образовании является системно-деятельностный подход. А всесторонне реализовать данный подход позволяет проектная деятельность.

Для чего нужен метод проектов?

Метод проектов в образовании направлен на развитие самостоятельности, исследовательских навыков и критического мышления учащихся, а также на формирование умений работать в команде и применять знания на практике. Он позволяет учащимся осваивать учебный материал через решение реальных задач, интегрируя знания из различных областей и развивая навыки самообразования.

Более подробно, метод проектов нужен для:

- ✓ Развития самостоятельности и инициативности
- ✓ Совершенствования исследовательских навыков
- ✓ Интеграции знаний
- ✓ Формирования умений работать в команде
- ✓ Развития креативности и творческих способностей
- ✓ Повышения мотивации к обучению
- ✓ Подготовки к реальной жизни

Провели исследование, учащиеся школ станицы Полтавской Красноармейского района решали задачи по «Линейной алгебре», «Векторной алгебре», «Аналитической геометрии», «Регрессии», проанализировав результат, возникла необходимость им в методической помощи. Большой процент не выполнения задач по темам: определитель матрицы, СЛАУ, линейные пространства, операции над векторами, уравнения прямых, регрессия. Выявлен низкий уровень обученности детей в школах по этим темам. Выявили проблему – учащиеся 10-11 классов школ станицы Полтавской не умеют решать задачи по линейной алгебре, векторной алгебре и аналитической геометрии.

Актуальность исследования определяется недостаточными теоретическими разработками в линейной алгебре, векторной алгебре и аналитической геометрии, организации и практического воплощения теоретических основ для учащихся.

Практическая значимость исследования - основное внимание в работе уделено исследованию практической реализации и анализу результатов.

Объект исследования – задачи линейной алгебры, векторной алгебры и аналитической геометрии.

Объектами линейной и векторной алгебры являются векторные пространства, линейные отображения, матрицы, и системы линейных уравнений. В более широком смысле, линейная алгебра изучает математические объекты, обладающие свойствами линейности.

Объектом аналитической геометрии являются геометрические фигуры, такие как точки, прямые, плоскости, кривые и поверхности, а также их свойства, которые изучаются с помощью алгебраических методов. Аналитическая геометрия использует метод координат для описания и исследования этих фигур, переводя геометрические задачи в алгебраические.

Предмет исследования – методы линейной алгебры, векторной алгебры и аналитической геометрии.

Предмет исследования линейной и векторной алгебры - это объекты линейной природы, такие как векторные пространства, линейные отображения (операторы), линейные системы уравнений и их свойства, а также связанные с ними понятия, такие как матрицы и определители.

Аналитическая геометрия изучает геометрические фигуры и их свойства, используя алгебраические методы и координатный метод. Основным предметом исследования - линии и поверхности, задаваемые уравнениями, и их взаимосвязь с координатами точек.

Цели:

- ✓ сокращение временного ресурса на объяснение материала и проведение опроса учащихся;
- ✓ выявить пути улучшения качественного решения задач;
- ✓ разработка методологической основы для решения проблемы;
- ✓ изучить отношения между элементами объекта, научными понятиями;
- ✓ выявить особенности решения задач;
- ✓ развитию математического мышления, навыков решения задач и применению математических знаний в различных областях.

Задачи:

1. Собрать данные, изучить материал, воспользовавшись различными источниками информации;
2. Познакомиться с теорией;
3. Рассмотреть способы решения задач;
4. Провести исследование после написания контрольного тестирования, проанализировать результаты, сделать выводы;
5. Разработать проект «Решение прикладных задач с помощью табличного редактора Microsoft Office Excel (Open Office Calc)»;
6. Провести исследование после повторного написания контрольного тестирования, проанализировать результаты, сделать выводы;

Гипотеза - предполагается, что учащиеся лучше усвоят материал, после применения методической разработки и разбору задач.

Методы исследования: анализ; моделирование; аналогия; обобщение; классификация; аналогия.

2. ЛИНЕЙНАЯ, ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРЫ, АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ, РЕГРЕССИЯ

Линейная алгебра, векторная алгебра, аналитическая геометрия и регрессия - это взаимосвязанные разделы математики, которые широко используются в различных областях, включая программирование и машинное обучение. Линейная алгебра изучает линейные объекты, такие как векторы, матрицы и линейные отображения. Векторная алгебра является частью линейной алгебры, занимающейся векторами и операциями над ними. Аналитическая геометрия использует алгебраические методы для описания и исследования геометрических объектов. Регрессия, в свою очередь, использует математические модели для предсказания значений одной переменной на основе других, часто используя понятия линейной алгебры.

- **Линейная алгебра:**

Изучает векторные пространства, линейные отображения, системы линейных уравнений, матрицы и определители. Она предоставляет инструменты для работы с линейными структурами, которые широко применяются в математике, физике, информатике и других областях.

- **Векторная алгебра:**

Является разделом линейной алгебры, который фокусируется на изучении векторов, их свойств и операций над ними (сложение, скалярное умножение, скалярное и векторное произведение). Векторы используются для представления направленных величин, таких как силы, скорости, перемещения, и играют важную роль в аналитической геометрии.

- **Аналитическая геометрия:**

Применяет алгебраические методы для описания и изучения геометрических объектов, таких как точки, прямые, плоскости, кривые и поверхности. Она связывает геометрию с алгеброй, позволяя использовать уравнения для представления и анализа геометрических фигур.

- **Регрессия:**

Математический метод, используемый для моделирования взаимосвязи между переменными и предсказания значений одной переменной на основе других. Существуют различные виды регрессии, включая линейную регрессию, которая предполагает линейную зависимость между переменными. Линейная регрессия часто использует матричные операции для нахождения линейной зависимости и предсказания.

В программировании и машинном обучении эти разделы математики тесно переплетены. Например, линейная алгебра используется в компьютерной графике для создания 3D-моделей и анимации, а также в машинном обучении для обучения моделей, анализа данных и предсказания результатов. Аналитическая геометрия помогает описывать и моделировать объекты в играх, а регрессия позволяет строить модели для прогнозирования.

Линейная и векторная алгебры изучают:

- **Векторные пространства:**

Это структуры, в которых можно складывать элементы (векторы) и умножать их на скаляры, сохраняя при этом определенные свойства.

- **Линейные отображения (операторы):**

Это функции, которые преобразуют элементы векторных пространств, сохраняя операции сложения и умножения на скаляр.

- **Системы линейных уравнений:**

Это наборы линейных уравнений, которые могут быть решены с использованием методов линейной алгебры.

- **Матрицы:**

Это прямоугольные таблицы чисел, которые используются для представления линейных отображений и решения систем линейных уравнений.

- **Определители:**

Это число, связанное с квадратной матрицей, которое имеет важное значение для решения систем линейных уравнений и определения свойств матрицы.

Линейная алгебра является фундаментом для многих разделов математики и приложений в различных областях, таких как физика, компьютерные науки, экономика и инженерия.

Задачи линейной алгебры:

- **Решение систем линейных уравнений:**

Это одна из фундаментальных задач, когда нужно найти значения переменных, удовлетворяющие нескольким уравнениям одновременно. Линейная алгебра предоставляет методы решения таких систем, такие как метод Гаусса, метод Крамера и другие.

- **Работа с матрицами и определителями:**

Матрицы используются для представления линейных преобразований и систем уравнений. Определители, в свою очередь, позволяют оценить свойства матриц и систем, а также решать уравнения.

- **Изучение векторных пространств:**

Векторные пространства являются основой для многих математических и физических моделей. Линейная алгебра изучает их свойства, такие как базисы, размерность и линейные отображения.

- **Линейные отображения:**

Отображения, сохраняющие линейные операции (сложение и умножение на скаляр). Они широко используются в приложениях, таких как компьютерная графика, обработка сигналов и машинное обучение.

Задачи аналитической геометрии:

- **Описание геометрических объектов с помощью уравнений:**

Например, уравнение прямой на плоскости, уравнение окружности, уравнение плоскости в пространстве.

- **Исследование взаимного расположения геометрических объектов:**

Нахождение точек пересечения, углов между прямыми и плоскостями, определение параллельности и перпендикулярности.

Аналитическая геометрия изучает:

- **Работа с кривыми и поверхностями второго порядка:** Анализ эллипсов, гипербол, парабол, эллипсоидов, гиперболоидов и конусов.

- **Преобразования координат:** Поворот, сдвиг и масштабирование геометрических объектов с помощью линейных преобразований.

Связь между линейной алгеброй и аналитической геометрией:

Линейная алгебра предоставляет инструменты, необходимые для решения задач аналитической геометрии. Например, для определения пересечения двух прямых на плоскости нужно решить систему линейных уравнений, которая описывает эти прямые. В свою очередь, аналитическая геометрия помогает визуализировать и интерпретировать результаты, полученные в линейной алгебре, делая их более понятными и доступными.

Примеры применения:

- **Компьютерная графика:** Линейная алгебра и аналитическая геометрия используются для создания и отображения 3D-моделей, анимации и других графических элементов.
- **Машинное обучение:** Линейная алгебра является основой для многих алгоритмов машинного обучения, таких как линейная регрессия, метод главных компонент и другие.

В аналитической геометрии геометрические объекты рассматриваются в координатной системе. Это позволяет задавать точки, линии и поверхности уравнениями и исследовать их свойства, используя алгебраические операции.

Основные объекты аналитической геометрии:

- **Точки:** Задаются координатами в выбранной системе координат (например, декартовой прямоугольной системе).
- **Прямые:** Представляются уравнениями на плоскости или в пространстве (например, линейными уравнениями).
- **Плоскости:** Задаются уравнениями в пространстве (например, уравнениями в виде $ax + by + cz + d = 0$).
- **Кривые и поверхности:** Изучаются уравнениями, описывающими их формы и свойства (например, уравнениями окружности, эллипса, гиперболы, параболы, сферы, эллипсоида и т.д.).

Основные задачи аналитической геометрии:

1. Нахождение уравнений геометрических фигур по заданным свойствам.

Например, найти уравнение прямой, проходящей через две заданные точки.

2. Исследование свойств геометрических фигур по их уравнениям.

Например, определить пересекаются ли две заданные прямые, найти расстояние между точкой и прямой.

В аналитической геометрии геометрические задачи решаются с помощью алгебраических методов, таких как вычисление расстояний, углов, площадей и объемов. Это позволяет формализовать и упростить решение геометрических проблем, делая их доступными для математического анализа и вычислений.

2.1 Матрицы и определители

Матрица - это прямоугольная таблица чисел, а определитель - это число, связанное с квадратной матрицей, которое отражает её свойства. Определитель вычисляется из элементов матрицы и обладает рядом свойств, важных для различных математических операций.

Матрица:

- ✓ Матрица - это упорядоченный набор чисел, организованных в строки и столбцы.
- ✓ Обозначается большой латинской буквой, например, A .
- ✓ Размер матрицы определяется количеством строк и столбцов (например, $m \times n$).
- ✓ Элементы матрицы обозначаются с указанием их позиции (например, a_{12} - элемент в первой строке, втором столбце).

Определитель:

- ✓ Определитель (детерминант) - это число, которое можно вычислить из квадратной матрицы.
- ✓ Определитель обозначается $|A|$ или $\det(A)$.
- ✓ Вычисление определителя зависит от размера матрицы, для матриц 2×2 и 3×3 существуют конкретные формулы, для матриц большего размера используются рекурсивные методы.
- ✓ Определитель имеет важное значение для определения существования обратной матрицы и решения систем линейных уравнений.

Связь между матрицей и определителем:

- ✓ Определитель вычисляется на основе элементов квадратной матрицы.
- ✓ Разные свойства матрицы, такие как обратимость, можно определить по ее определителю.
- ✓ Если определитель матрицы равен нулю, то матрица не имеет обратной (необратима).

Основные операции:

- **Сложение и вычитание:**

Две матрицы можно складывать (вычитать) только если у них одинаковый размер. Результатом будет матрица того же размера, где каждый элемент является суммой (разностью) соответствующих элементов исходных матриц.

- **Умножение на число:**

Любую матрицу можно умножить на число. При этом каждый элемент матрицы умножается на это число.

- **Умножение матриц:**

Две матрицы можно умножить, если количество столбцов первой матрицы равно количеству строк второй. Результатом будет матрица, у которой количество строк совпадает с количеством строк первой матрицы, а количество столбцов с количеством столбцов второй. Каждый элемент результирующей матрицы рассчитывается как сумма попарных произведений элементов соответствующей строки первой матрицы и соответствующего столбца второй.

Элементарные преобразования:

Перестановка строк (столбцов): Меняет местами две строки (столбца) матрицы.

Умножение строки (столбца) на число: Умножает все элементы строки (столбца) на заданное число.

Прибавление к строке (столбцу) другой строки (столбца), умноженной на число: К строке (столбцу) прибавляется другая строка (столбец), умноженная на число.

Другие операции:

Транспонирование:

Строки и столбцы матрицы меняются местами.

Определитель матрицы:

Скалярная величина, вычисляемая для квадратных матриц.

Обратная матрица:

Матрица, при умножении на исходную матрицу (в определенном порядке), дает единичную матрицу.

Определитель матрицы - это число, которое вычисляется из квадратной матрицы и имеет важные свойства в математике. Определитель квадратной матрицы n -го порядка - это число, равное сумме $n!$ произведений, каждое из которых содержит по одному элементу из каждой строки и столбца. Определитель обозначается как $\det(A)$ или $|A|$.

Основные свойства определителя:

- Если все строки или столбцы матрицы линейно зависимы, определитель равен нулю.
- При перестановке двух строк (или столбцов) матрицы знак определителя меняется на противоположный.
- Определитель матрицы равен определителю ее транспонированной матрицы.
- Определитель произведения двух квадратных матриц равен произведению их определителей.
- Определитель матрицы равен сумме произведений элементов любой строки или столбца на их алгебраические дополнения.
- Определитель треугольной матрицы равен произведению элементов главной диагонали.
- Если в матрице есть две одинаковые строки, то определитель равен 0.
- Общий множитель строки (столбца) матрицы можно вынести за знак определителя.

Для вычисления определителя матрицы существуют различные методы, включая разложение по строке или столбцу, приведение к треугольному виду, правило Саррюса (для матриц 3×3) и использование свойств определителей.

Разложение по строке или столбцу:

Этот метод основан на представлении определителя в виде суммы произведений элементов строки (или столбца) на их алгебраические дополнения.

- Выбирается строка или столбец матрицы.
- Для каждого элемента этой строки/столбца вычисляется его алгебраическое дополнение (определитель матрицы меньшего порядка, полученный вычеркиванием строки и столбца, содержащих данный элемент, со знаком "+", если сумма номеров строки и столбца четная, и со знаком "-", если нечетная).
- Определитель матрицы равен сумме произведений элементов выбранной строки/столбца на соответствующие алгебраические дополнения.
- Для упрощения вычислений рекомендуется выбирать строку или столбец, содержащие наибольшее количество нулей.

Приведение к треугольному виду:

Этот метод заключается в преобразовании исходной матрицы к треугольному виду (верхнетреугольному или нижнетреугольному) с помощью элементарных преобразований строк (или столбцов).

- Применяются элементарные преобразования строк (например, сложение строки с другой строкой, умножение строки на число), которые не меняют значения определителя (или меняют его на определенный множитель).

- После приведения к треугольному виду определитель равен произведению элементов главной диагонали.

- Этот метод удобен для матриц больших размеров, так как позволяет существенно упростить вычисления.

Правило Саррюса:

Это правило применяется для вычисления определителей матриц 3×3 .

- Строится расширенная матрица, путем добавления к исходной матрице первых двух строк (или двух столбцов).

- Определитель равен сумме произведений элементов на главной диагонали и двух диагоналях, параллельных ей, минус сумма произведений элементов на побочной диагонали и двух диагоналях, параллельных ей.

Выбор метода зависит от конкретной матрицы и целей вычислений. Для матриц 2×2 и 3×3 часто используют правило Саррюса или разложение, для более крупных матриц – приведение к треугольному виду.

2.2 Системы линейных уравнений. Метод Крамера

Краткая биография Габриэля Крамера

Габриэль Крамер — (нем. Gabriel Cramer), Швейцария, 31 июля 1704 г. родился в семье врача. Он уже в детстве опередил своих сверстников в развитии интеллектуальной деятельности и проявил завидную способность в математике. В 18 лет успешно защитил дипломную работу. Через два года Крамер выдвинул свою кандидатуру на пост преподавателя в университете в Женеве. Юноша привлек внимание магистрата, поэтому для него и еще одного кандидата на должность преподавателя был учрежден отдельный факультет математики, где Крамер затем работал в течение последующих нескольких лет.



Рис.1 Gabriel Cramer

Учёный очень много путешествовал в Европу, принимая опыт известных математиков того времени, как – Иоганна Бернулли и Эйлера в Базеле, Галлея и де Муавра в Лондоне, Мопертюи и Клеро в Париже и других. Всю жизнь поддерживал с ними тесный контакт.

В 1729 г. Крамер возвращается на должность преподавателя в Женеве. В этот период времени участвует в Парижском конкурсе и занимает заслуженное второе место. Используя свой исключительный талант пишет много статей по самым разным дисциплинам: геометрии, истории, математике, философии. **В 1730 г.** он выпускает труд по астрономии. **В 1740 году** Иоганн Бёрнулли поручил Крамеру опубликовать сборник его произведений. В 1742 г. Крамер подготовил и опубликовал сборник в 4 -х томах. **В 1744 г.** выходит посмертная книга Якоба Бернули брата Иоанна Бернули и двухтомная переписка Лейбница с Иоанном Бернули. Эти работы вызывали большой интерес ученых по всему миру.

Крамер — один из тех, кто изобрел линейную алгебру. Одна из его наиболее известных работ «Введение в анализ алгебраических кривых», опубликованная в 1750 г. на французском. В ней Крамер создает систему уравнений по линейным уравнениям и алгоритм, который позже будет носить его имя, — метод Крамера. Габриэль умер во Франции 4 Января 1752 года.

Метод решения СЛАУ. Метод Крамера

Метод Крамера – это способ решения систем линейных алгебраических уравнений, где количество уравнений равно количеству неизвестных. Он использует определители для нахождения решений. Метод применим, если определитель матрицы коэффициентов не равен нулю. В этом случае система имеет единственное решение.

Суть метода:

1. Определитель системы:

Вычисляется определитель матрицы, составленной из коэффициентов при неизвестных.

2. Определители для каждой переменной:

Для нахождения значения каждой переменной, определитель системы заменяется на определитель, в котором соответствующий столбец заменен на столбец свободных членов.

3. Решение:

Значение переменной равно частному от деления определителя, полученного на шаге 2, на определитель системы.

Формулы Крамера:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3 \end{cases}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix},$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}, \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} \\ a_{21} & b_2 & a_{23} \\ a_{31} & b_3 & a_{33} \end{vmatrix}, \Delta_3 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & b_3 \end{vmatrix},$$

$$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}, x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}, x_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta}$$

2.3 Вектор

Вектор - это математический объект, обладающий величиной (длиной) и направлением. В геометрии вектор часто представляется как направленный отрезок, соединяющий две точки: начало и конец. Векторы также используются в физике и других областях науки для описания величин, имеющих направление, таких как скорость, сила и ускорение.

Более формально, вектор можно рассматривать как:

- **Направленный отрезок:**

Отрезок, имеющий начало и конец, с указанным направлением от начала к концу.

- **Упорядоченный набор чисел:**

В координатном пространстве вектор может быть представлен как набор чисел (координат), определяющих его положение и направление.

- **Элемент векторного пространства:**

В более общем математическом смысле, вектор - это элемент абстрактного векторного пространства, где определены операции сложения и умножения на скаляр.

Векторы могут быть:

Свободными:

Векторы, которые могут быть перемещены в пространстве, сохраняя свою длину и направление.

Связанными (приложенными):

Векторы, у которых определена конкретная точка приложения.

Скользящими:

Векторы, у которых задана линия приложения.

Основные понятия, связанные с векторами:

Длина (модуль) вектора: Расстояние между началом и концом вектора.

Направление вектора: Ориентация вектора в пространстве.

Коллинеарные векторы: Векторы, лежащие на одной прямой или на параллельных прямых.

Сонаправленные векторы: Коллинеарные векторы, направленные в одну сторону.

Равные векторы: Коллинеарные, сонаправленные векторы, имеющие одинаковую длину.

Единичный вектор (орт): Вектор единичной длины.

Нулевой вектор: Вектор, длина которого равна нулю, начало и конец которого совпадают.

Основные операции над векторами: сложение, вычитание и умножение на скаляр. Сложение выполняется по правилу треугольника или параллелограмма, вычитание - это сложение с вектором, противоположным по направлению, а умножение на скаляр изменяет длину вектора, а при отрицательном скаляре - и направление. Также существует скалярное произведение, результат которого - скаляр (число), равный произведению длин векторов на косинус угла между ними.

Более подробно:

- **Сложение векторов:**

Если векторы a и b отложены от одной точки, то их сумма, $a + b$, представляется вектором, который является диагональю параллелограмма, построенного на векторах a и b .

- **Вычитание векторов:**

Разность векторов $a - b$ находится как вектор, который в сумме с вектором b дает вектор a .

- **Умножение вектора на скаляр:**

Если вектор a умножить на скаляр k (число), то получится вектор $k \cdot a$, длина которого изменится в $|k|$ раз, а направление совпадет с направлением a , если $k > 0$, и будет противоположным, если $k < 0$.

- **Скалярное произведение:**

Скалярное произведение векторов a и b ($a \cdot b$) равно $|a| \cdot |b| \cdot \cos(\alpha)$, где α - угол между векторами. Результатом является число, а не вектор.

2.4 Аналитическая геометрия

Аналитическая геометрия - это раздел геометрии, в котором геометрические фигуры изучаются с помощью алгебраических методов, в частности, с использованием системы координат. Основная идея заключается в том, что геометрические объекты, такие как точки, линии и поверхности, описываются уравнениями в координатах, а свойства этих объектов исследуются через анализ этих уравнений.

Основные понятия и принципы:

- **Система координат:**

Метод, позволяющий однозначно определять положение точек в пространстве с помощью набора чисел (координат). Наиболее распространенной является декартова система координат на плоскости (x, y) и в пространстве (x, y, z) .

- **Уравнение фигуры:**

Алгебраическое уравнение, связывающее координаты точек, принадлежащих данной фигуре. Например, уравнение прямой на плоскости или уравнение окружности.

- **Основные задачи:**

- Нахождение уравнения фигуры по заданным геометрическим свойствам.
- Изучение геометрических свойств фигуры по ее уравнению.

- **Применение:**

Аналитическая геометрия широко применяется в различных областях математики, физики, инженерии и компьютерной графике.

Примеры:

- Определение расстояния между двумя точками в координатах.
- Нахождение угла между двумя прямыми.
- Определение пересечения двух линий.
- Исследование свойств различных кривых и поверхностей, таких как конические сечения (парабола, гипербола, эллипс).

В аналитической геометрии алгебра и геометрия тесно связаны между собой, что позволяет решать геометрические задачи с помощью алгебраических методов и наоборот.

Уравнение прямой на плоскости можно записать в различных формах, наиболее распространенные из которых: общее уравнение, уравнение с угловым коэффициентом, каноническое уравнение и уравнение в отрезках.

Общее уравнение прямой: $Ax + By + C = 0$, где A , B и C - действительные числа, причем A и B не равны нулю одновременно.

Уравнение с угловым коэффициентом: $y = kx + b$, где k - угловой коэффициент (тангенс угла наклона прямой к оси x), a , b - свободный член (отрезок, отсекаемый прямой на оси y).

Каноническое уравнение: $(x - x_0) / m = (y - y_0) / n$, где (x_0, y_0) - координаты точки на прямой, а (m, n) - координаты направляющего вектора.

Уравнение в отрезках: $x/a + y/b = 1$, где a и b - отрезки, отсекаемые прямой на осях x и y соответственно.

Также существует уравнение прямой, проходящей через две заданные точки (x_1, y_1) и (x_2, y_2) : $(y - y_1) / (x - x_1) = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$.

Выбор той или иной формы уравнения прямой зависит от конкретной задачи и имеющихся данных.

2.5 Регрессия

Одним из методов изучения стохастических связей между признаками является регрессионный анализ.

Регрессионный анализ представляет собой вывод уравнения регрессии, с помощью которого находится средняя величина случайной переменной (признака-результата), если величина другой (или других) переменных (признаков-факторов) известна. Он включает следующие этапы:

1. выбор формы связи (вида аналитического уравнения регрессии);
2. оценку параметров уравнения;
3. оценку качества аналитического уравнения регрессии.

Наиболее часто для описания статистической связи признаков используется линейная форма. Внимание к линейной связи объясняется четкой экономической интерпретацией ее параметров, ограниченной вариацией переменных и тем, что в большинстве случаев нелинейные формы связи для выполнения расчетов преобразуют (путем логарифмирования или замены переменных) в линейную форму.

В случае линейной парной связи уравнение регрессии примет вид: $y_i = a + b \cdot x_i + u_i$. Параметры данного уравнения a и b оцениваются по данным статистического наблюдения x и y . Результатом

такой оценки является уравнение: $\tilde{y}_i = \tilde{a} + \tilde{b} \cdot x_i$, где \tilde{a} , \tilde{b} - оценки параметров a и b , \tilde{y}_i - значение результативного признака (переменной), полученное по уравнению регрессии (расчетное значение).

Наиболее часто для оценки параметров используют **метод наименьших квадратов (МНК)**.

Метод наименьших квадратов (МНК) - это способ найти наилучшую прямую линию, которая описывает зависимость между данными. Он работает, минимизируя сумму квадратов разностей между реальными точками данных и значениями, предсказанными этой прямой

линией. В контексте линейной регрессии, МНК используется для нахождения уравнения этой прямой, которое наилучшим образом соответствует имеющимся данным. Как это работает?

1. Данные:

Есть набор точек данных, где каждая точка представляет собой пару значений (x, y) .

2. Линия регрессии:

Нужно найти прямую линию, которая наилучшим образом соответствует этим точкам. В общем виде уравнение прямой: $y = ax + b$, где a - это наклон, а b - это точка пересечения с осью y .

3. Сумма квадратов ошибок:

Для каждой точки данных рассчитывается разница между ее y -значением и y -значением, предсказанным линией. Эти разности возводятся в квадрат и суммируются.

4. Минимизация:

Задача МНК состоит в том, чтобы найти такие значения a и b , которые минимизируют эту сумму квадратов разностей.

5. Наилучшая линия:

Прямая, полученная в результате, считается наилучшей, так как она имеет минимальную сумму квадратов отклонений.

Задача оценивания параметров линейного парного уравнения методом наименьших

квадратов состоит в следующем: получить такие оценки параметров \tilde{a} , \tilde{b} , при которых сумма квадратов отклонений фактических значений результативного признака - y_i от расчетных

значений - \tilde{y}_i минимальна.

$$S = \sum_{i=1}^n (y_i - \tilde{y}_i)^2 \rightarrow \min$$

Формально критерий МНК можно записать так:

Оценка тесноты связи между признаками осуществляется с помощью коэффициента линейной парной корреляции - $r_{x,y}$.

$$r_{x,y} = \frac{\overline{x \cdot y} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sigma_x \cdot \sigma_y}$$

Он может быть рассчитан по формуле:

Кроме того, коэффициент линейной парной корреляции может быть определен через коэффициент регрессии b :

$$r_{x,y} = b \frac{\sigma_x}{\sigma_y}$$

Область допустимых значений линейного коэффициента парной корреляции от -1 до $+1$.

Знак коэффициента корреляции указывает направление связи. Если $r_{x,y} > 0$, то связь прямая; если $r_{x,y} < 0$, то связь обратная. Если данный коэффициент по модулю близок к единице, то связь между признаками может быть интерпретирована как довольно тесная линейная. Если его модуль равен единице $r_{x,y} = 1$, то связь между признаками функциональная линейная. Если признаки x и y линейно независимы, то $r_{x,y}$ близок к 0 .

3. ИССЛЕДОВАНИЕ

3.1 Сбор и анализ данных

Тест - это процедура проверки на соответствие чему-либо, испытание или оценка. В широком смысле, тест - это метод сбора информации о параметрах объекта или явления, путем воздействия на него и регистрации изменений. В частности, тесты используются для оценки знаний, умений, навыков, а также для проверки качества программного обеспечения. Тесты являются наиболее эффективной и объективной формой оценивания знаний, умений и навыков, позволяющей выявлять не только уровень учебных достижений, но и структуру знаний, степень ее отклонения от нормы по профилю ответов учащихся на тестовые задания. Тенденции усиления связи контроля и обучения приводят к переосмыслению роли контрольно–оценочной системы в образовании: контроль, оценка и обучение рассматриваются как взаимосвязанные и взаимопроникающие составляющие единого образовательного процесса.

В сентябре 2025 года для учащихся 11 классов в школах станицы Полтавской Красноармейского района была проведена диагностическая работа №1 по математике, с целью определения западающих тем по линейной, векторной алгебре, аналитической геометрии.

Диагностическая работа №1 по математике

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике дается 40 минут. Работа включает в себя 10 заданий. При выполнении работы нельзя пользоваться учебниками, рабочими тетрадями, справочниками, калькулятором. При необходимости можно пользоваться черновиком. Записи в черновике проверяться и оцениваться не будут. Выполнять задания можно в любом порядке, главное — правильно решить как можно больше заданий. Советуем Вам для экономии времени пропускать задание, которое не удается выполнить сразу, и переходить к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, можно будет вернуться к пропущенным заданиям.

Желаем успеха!

1. Задание. Найти матрицу $C = A - 3B$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$
2. Задание. Вычислить AB если $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$
3. Задание. Вычислить определитель второго порядка $\begin{vmatrix} 11 & -2 \\ 7 & 5 \end{vmatrix}$
4. Задание. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 3 & 3 & -1 \\ 4 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & -2 \end{vmatrix}$ методом треугольников.
5. Задание. Найти решение СЛАУ $\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 = 7 \\ 2x_1 + x_2 = 9 \end{cases}$ при помощи метода Крамера.
6. Задание. При помощи формул Крамера найти решение системы $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 - x_2 = -2 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases}$

Рис. 1. Диагностическая работа №1

Выявлены по результатам диагностической работы учащиеся, которые не справились с задачами. Для этих ребят было обеспечено методическое сопровождение «Решение задач с помощью табличного редактора Microsoft Office Excel (Open Office Calc)» осуществлялся

контроль их работы дома и в классе. Организованы дополнительные занятия для учащихся 11 классов на межшкольных консультационных пунктах в МБОУ СОШ №1.

Выработана структура дополнительных занятий:

1. Обзор темы или раздела в целом.
2. Детальное изучение некоторых тем.
3. Самостоятельная работа с дополнительными источниками информации.
4. Проверочные работы.
5. Зачет по формулам.
6. Межшкольные консультации по математике.
7. Работа с методическим пособием учителя математики Бородиной Марины Борисовны.

На дополнительных занятиях использовались интернет ресурсы для подготовки к ЕГЭ по математике:

1. «Решу ЕГЭ» обучающая система для подготовки к ЕГЭ.
2. ФИПИ. Разбор тренировочных задач.
3. Сайт учителя математики Бородиной Марины Борисовны.

В октябре 2025 года для этих же ребят была проведена диагностическая работа №2.

Диагностическая работа №2 по математике

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике дается 40 минут. Работа включает в себя 10 заданий. При выполнении работы нельзя пользоваться учебниками, рабочими тетрадками, справочниками, калькулятором. При необходимости можно пользоваться черновиком. Записи в черновике проверяться и оцениваться не будут. Выполнить задания можно в любом порядке, главное — правильно решить как можно больше заданий. Советуем Вам для экономии времени пропускать задания, которое не удаётся выполнить сразу, и переходить к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, можно будет вернуться к пропущенным заданиям.

Желаем успеха!

1. Задание. Найти матрицу A^T , если $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$
2. Задание. Найти AB , если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$
3. Задание. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$
4. Задание. Вычислить определитель второго порядка $\begin{vmatrix} 11 & -2 \\ 7 & 5 \end{vmatrix}$
5. Задание. При помощи формул Крамера найти решение системы $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 - x_2 = -2 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases}$
6. Задание. Найти решение СЛАУ $\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 = 7 \\ 2x_1 + x_2 = 9 \end{cases}$ при помощи метода Крамера.

Рис. 3. Диагностическая работа №2

Проведен сравнительный анализ текущей успеваемости и результатов диагностической работ 1-2 учащихся 11 классов.

Таблица 1. Результаты выполнения Диагностическая работа №1 учащихся 11 классов
(ДО обучения по программе)

МБОУ СОШ №	Количество писавших работу	Результаты тестирования									
		Темы задач									
		Матрица		Определитель		СЛАУ		Вектора		Прямая и регрессия	
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	21ч	47%	51%	37%	59%	37%	38%	62%	60%	44%	33%
	16ч	45%	39%	35%	58%	24%	35%	58%	48%	32%	37%
7	24ч	34%	38%	37%	62%	51%	52%	53%	59%	25%	25%

Таблица 2. Результаты выполнения Диагностическая работа №2 учащихся 11 классов
(ПОСЛЕ обучения по программе)

МБОУ СОШ №	Количество писавших работу	Результаты тестирования									
		Темы задач									
		Матрица		Определитель		СЛАУ		Вектора		Прямая и регрессия	
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	21ч	78%	97%	39%	89%	47%	77%	72%	87%	63%	66%
	16ч	70%	72%	51%	60%	34%	40%	66%	68%	47%	47%
7	24ч	61%	79%	69%	96%	59%	61%	79%	89%	58%	55%

Вывод: По данным в таблицах видим рост решаемости задач по выше перечисленным темам.

3.2 Проект «Решение прикладных задач с помощью табличного редактора Microsoft Office Excel (Open Office Calc)»

3.2.1 Транспонирование матрицы

Если $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$, то

$$A^T = A' = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & \dots & a_{m1} \\ a_{12} & a_{22} & \dots & a_{m2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{1n} & a_{2n} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Транспонирование МАТРИЦЫ

$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

$A^T = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

Использовался мастер формул.

3.2.2 Операции над матрицами

ОПЕРАЦИИ НАД МАТРИЦАМИ:

- Сложение – выполняется только для матриц одинакового размера.
 $A + B = C \quad c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$
 $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ -2 & 0 & 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 & 0 & 8 \\ -2 & 4 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 12 \\ -4 & 4 & 5 \end{pmatrix}$
- Умножение матрицы на число
 $\alpha * A = B, b_{ij} = \alpha * a_{ij} \quad -2 * \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 6 \\ -10 & 2 \end{pmatrix}$

Умножение матриц

Умножаем по принципу: строка на столбец.

$$\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} c_1 & d_1 \\ c_2 & d_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1c_1 + b_1c_2 & a_1d_1 + b_1d_2 \\ a_2c_1 + b_2c_2 & a_2d_1 + b_2d_2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1d_1 + b_1d_2 + c_1d_3 \\ a_2d_1 + b_2d_2 + c_2d_3 \end{pmatrix}$$

Транспонирование матрицы | **Операции над матрицами** | Определитель матрицы | СЛАУ. Крамер | Вектора | Уравнения прямой | Регрессия

Использовался мастер формул.

3.2.3 Определитель матрицы

O33 $f_x = (O28*P29*Q30)+(P28*Q29*O30)+(Q28*O29*P30)-(Q28*P29*O30)-(P28*O29*Q30)-(O28*Q29*P30)$

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Определитель матрицы

Определитель – это число, характеризующее квадратную матрицу.

1. $|A| = |a_{11}| = a_{11}$

2. $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}$

3. $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} \cdot a_{33} + a_{12} \cdot a_{23} \cdot a_{31} + a_{13} \cdot a_{21} \cdot a_{32} - a_{13} \cdot a_{22} \cdot a_{31} - a_{12} \cdot a_{21} \cdot a_{33} - a_{11} \cdot a_{23} \cdot a_{32}$

Для матриц 1x1

A = 5

|A| = 5

Для матриц 2x2

A = $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 6 & 7 \end{pmatrix}$

|A| = -4

- $a_{13} \cdot a_{22} \cdot a_{31} - a_{12} \cdot a_{21} \cdot a_{33} - a_{11} \cdot a_{23} \cdot a_{32}$

Транспонирование матрицы |
 Операции над матрицами |
 Определитель матрицы |
 СЛАУ. Крамер |
 Вектора |
 Уравнения прямой |
 Регрессия

Использовался мастер формул.

3.2.4 Метод Крамера

Найдем определитель данной системы

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} = A = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix} = \square$$

Если A не равно 0, то далее вводим

$$B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix}$$

Найдем определители: $A1 = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 7 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \square 0$;

Получим корни системы:

$$\begin{matrix} x1 & = & \square \\ x2 & = & \square \\ x3 & = & \square \end{matrix}$$

$$f_x = ((K4*L5*M6)+(K5*L6*M4)+(L4*M5*K6)-(K6*L5*M4)-(K5*L4*M6)-(L6*M5*K4))$$

05 $f_x = ((K4*L5*M6)+(K5*L6*M4)+(L4*M5*K6)-(K6*L5*M4)-(K5*L4*M6)-(L6*M5*K4))$

МЕТОД решения СЛАУ. МЕТОД КРАМЕРА.

Найдем определитель данной системы, введите коэффициенты при неизвестных:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} = A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix} = \square -16$$

Если A не равно 0, то далее вводим матрицу-столбец свободных членов

$$B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix}$$

Найдем определители: $A1 = \begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 7 & 2 & 2 \end{vmatrix} = \square -16$; $A2 = \begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 7 & 2 \end{vmatrix} = \square -16$; $A3 = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 7 \end{vmatrix} = \square -32$

Получим корни системы:

$$\begin{matrix} x1 & = & 1 \\ x2 & = & 1 \\ x3 & = & 2 \end{matrix}$$

Транспонирование матрицы | Операции над матрицами | Определитель матрицы | СЛАУ. Крамер | Вектора | Уравнения прямой | Регрессия

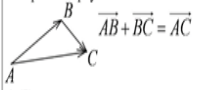
Использовался мастер формул.

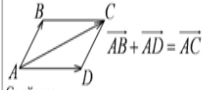
3.2.5 Вектора

R6 fx =ЕСЛИ(N6="+";M4+M8;M4-M8)

Линейные операции над векторами

Сложение векторов

1. Правило треугольника:

 $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$

2. Правило параллелограмма:

 $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$

Свойства:

- $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$
- $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$
- $\vec{a} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{a} = \vec{a}$
- $\vec{a} + (-\vec{a}) = \vec{0}$

Умножение вектора на число

Определение: $\lambda \cdot \vec{a} = \vec{b}$:


- $|\vec{b}| = |\lambda| \cdot |\vec{a}|$, если $\lambda > 0$;
- $\vec{b} \uparrow \uparrow \vec{a}$, если $\lambda < 0$.

Свойства:

- $1 \cdot \vec{a} = \vec{a}$
- $(\lambda \cdot \mu) \cdot \vec{a} = \lambda \cdot (\mu \cdot \vec{a})$
- $(\lambda + \mu) \cdot \vec{a} = \lambda \cdot \vec{a} + \mu \cdot \vec{a}$
- $\lambda \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = \lambda \cdot \vec{a} + \lambda \cdot \vec{b}$

Вычитание векторов

Определение: $\vec{a} - \vec{b} = \vec{c} \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{c} + \vec{b}$

1. Правило треугольника:

 $\vec{AB} - \vec{AC} = \vec{CB}$

2. Алгебраическое правило: $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$

Сложение и вычитание векторов

$\vec{a} \rightarrow (3; 4)$

ВНИМАНИЕ! Если в () прставить "+", то выполнится сложение, если "-", то разность.

Знак (+) = (10 ; 10)

$\vec{b} \rightarrow (7; 6)$

Умножение вектора на скаляр

K = -5

$\vec{a} \rightarrow (-10; 5)$

Готово

=ЕСЛИ(N6="+";M4+M8;M4-M8)

3.2.6 Уравнение прямой

C18 fx =AD6-AD4

Уравнение прямой по двум заданным точкам.

• Пусть прямая проходит через две заданные точки $M_1(x_1, y_1, z_1)$ и $M_2(x_2, y_2, z_2)$. Запишем каноническое уравнение прямой, взяв в качестве направляющего вектор $\vec{M_1M_2} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)$

• Тогда уравнение прямой по двум заданным точкам:

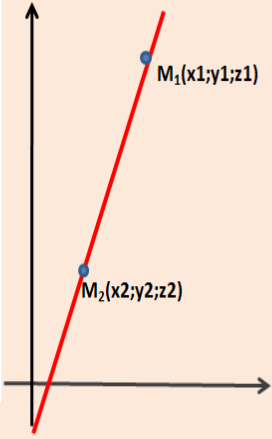
$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_1}$$

$$\frac{x - 1}{3} = \frac{y - 2}{3} = \frac{z - 3}{3}$$

ВВЕДИТЕ КООРДИНАТЫ ТОЧЕК:

$M_1(x_1; y_1; z_1)$ $M_1(1 \ 2 \ 3)$

$M_2(x_2; y_2; z_2)$ $M_2(4 \ 5 \ 6)$



Готово

Использовался мастер формул.

3.2.7 Регрессия

C23 fx =(D15-B15*C15)/(B20*B21)

11	x	y	yx	x2	y2	уравнен	у-у	(у-у)2	A	x-x ^o	(x-x) ²
	289	615	177735	83521	378225	639,993	-24,993	624,6486	4,063898	-20,5455	422,1157
	338	727	245726	114244	528529	783,9743	-56,9743	3246,075	7,83691	28,45455	809,6612
	287	584	167608	82369	341056	634,1162	-50,1162	2511,632	8,581538	-22,5455	508,2975
	324	753	243972	104976	567009	742,8368	10,1632	103,2906	1,349694	14,45455	208,9339
	307	707	217049	94249	499849	692,8841	14,11592	199,2591	1,996593	-2,54545	6,479339
	304	657	199728	92416	431649	684,0689	-27,0689	732,7253	4,120076	-5,54545	30,75207
	307	654	200778	94249	427716	692,8841	-38,8841	1511,972	5,945579	-2,54545	6,479339
	290	693	200970	84100	480249	642,9314	50,06863	2506,868	7,224911	-19,5455	382,0248
	314	704	221056	98596	495616	713,4529	-9,45285	89,3564	1,342735	4,454545	19,84298
	304	780	237120	92416	608400	684,0689	95,9311	9202,776	12,29886	-5,54545	30,75207
	341	830	283030	116281	688900	792,7895	37,21048	1384,62	4,48319	31,45455	989,3884
сумма	3405	7704	2394772	1057417	5447198	7704	-4,5E-13	22113,22	59,24398		3414,727
ср.зн.	309,5455	700,3636	217706,5	96128,82	495199,8						
a		-209,203	-209,203								
b		2,938395	2,938395								
Gx		17,61902	G^2	310,4298							
Gy		68,48792	G^2	4690,595							
гху		0,755924	0,755924								
r^2		0,57142									

Метод наименьших квадратов

Дано:
 1. Набор экспериментальных точек $(y_1, x_1), (y_2, x_2), \dots, (y_n, x_n)$
 2. Линейная модель $y = a + bx$

Найти коэффициенты a и b

Переопределённая система уравнений

$$\begin{cases} a + bx_1 = y_1 \\ a + bx_2 = y_2 \\ \dots \\ a + bx_n = y_n \end{cases}$$

В общем случае решения не имеет (т.к. экспериментальные точки обычно не ложатся в точности на одну прямую)

Необходимость в приближенных методах

Метод наименьших квадратов (МНК)

Минимизация суммы квадратов отклонений RSS (Residual Sum of Squares)

$$RSS = \sum_i (y_i - (a + bx_i))^2$$

Линейная регрессия: коэффициенты

Минимизируемая функция

$$RSS = \sum_i (y_i - (a + bx_i))^2$$

Результат расчёта

$$\begin{cases} a = \frac{y - b\bar{x}}{\frac{xy}{x^2} - \bar{x}\bar{y}} \\ b = \frac{xy - \bar{x}\bar{y}}{x^2 - (\bar{x})^2} \end{cases}$$

Транспонирование матрицы Операции над матрицами Определитель матрицы СЛАУ. Крамер Вектора Уравнения прямой Регрессия

Использовался мастер формул и функций.

4. КЛУБ ШКОЛЬНИКОВ МБОУ СОШ № 1 «ВЕКТОР»

Цель работы клуба – это обеспечить подготовку детей к решению повседневных жизненных задач; создать дополнительную базу знаний по математике, необходимую для профессиональной и творческой самореализации.

Еженедельные занятия в клубе, где решаются задачи теории вероятности, финансовой грамотности, задачи повышенной сложности, олимпиадные задачи. Положительная динамика охвата обучающихся наблюдается, есть среди участников клуба победители и призеры конкурсов для школьников муниципального, зонального уровня. Индивидуально разбирается материал, отрабатывается и закрепляется на практике. Участники клуба в школе проводят математические конкурсы, игры, квесты, викторины.

Одной из важнейших форм работы клуба является подготовка проектов.

Это информационные, практико-ориентированные и исследовательские проекты.

Члены клуба «Вектор»
1. Агалакова Алина Леонидовна
2. Бокин Иван Максимович
3. Голощапов Максим Владимирович
4. Донцов Яков Андреевич
5. Дроздова Валерия Олеговна
6. Елькин Даниил Владимирович
7. Еременко Владислав Сергеевич
8. Корсунова Елизавета Олеговна
9. Куприянова Софья Константиновна
10. Ларичев Егор Вадимович
11. Плохинова Полина Романовна

Программа клуба «Вектор».

Актуальность: формирование навыков социальной мобильности, реализация личностного потенциала и помощь.

Создание гармоничной развивающей среды для реализации инициатив и способностей учеников в рамках сообщества.

Направленность программы: Создание условий личностного развития, развития инициативы и творческих способностей на основе сотрудничества.

Отличительной особенностью программы является работа всех участников ориентирующихся на следующие ценности:

- Креативность;
- Развитие себя и команды;
- Равенство возможностей всех участников;
- Открытость;
- Взаимопомощь и сотрудничество;
- Объективность;
- Доступность.

Новизна программы: программа включает в себя самые широкие возможности для развития и безграничная свобода для реализации идей и проектов его участников.

Дополняет возможности обучения и открывает доступ к дополнительным источникам знаний и навыков. Даёт образовательные и другие ресурсы для совместной работы над полезными и актуальными проектами.

Педагогическая целесообразность: создать поддерживающее пространство для учеников и способствовать их росту.

Цель: создание гармоничной развивающей среды для реализации инициатив сообщества посредством совместной деятельности в рамках сообщества единомышленников.

Задачи:

1. Предоставление возможностей доступа к дополнительным источникам знаний и умений на базе образовательной организации: учебным материалам, конкурсным механикам, проектной работе;
2. Формирование единого сообщества учеников на базе образовательной организации;
3. Трансляция ценностей «Вектора» внутри образовательной организации;
4. Поддержка и развитие проектных инициатив участников сообщества;
5. Выстраивание диалога между всеми участниками образовательного процесса.

Планируемые результаты:

Личностные: готовность и способность учеников к саморазвитию;

Метапредметным: освоение межпредметных понятия и универсальных учебных действий (регулятивные, познавательные, коммуникативные), способность их использования в учебной, познавательной и социальной практике, самостоятельность планирования и осуществления учебной деятельности и организации учебного сотрудничества с другими учениками.

Условно реализацию программы можно разделить на три этапа:

1 этап – начальный:

- знакомство с участниками клуба (встречи, беседы);
- самоопределение участников по интересам в клубе;
- привлечение участников к участию в предполагаемых формах работы;
- формирование единого сообщества;
- выявление лидеров и привлечение их в помощь в организации различных форм взаимодействия.

2 этап – основной:

- сплочение участников Клуба вокруг лидера;
- создание устойчивого актива клуба для организации разнообразной внутриклубной жизни;
- реализация программы;
- взаимодействие с социумом;
- промежуточная диагностика и удовлетворение интересов и потребностей участников: анализ, коррекция;

3 этап – заключительный:

- социальная адаптация участников клуба;
- диагностика и анализ деятельности.

Результаты реализации программы отслеживаются в ходе текущего, промежуточного и итогового мониторинга. Используются следующие методы проведения мониторинга: тесты, анкеты, викторины, кейсы, проекты и демонстрационные (конкурсы, акции и др.).

На основании результатов промежуточного и итогового мониторинга составляются диагностические карты эффективности программы Клуба.

Ожидаемые результаты реализации программы

1. Сформировать единое сообщество учеников, заинтересованных в саморазвитии;
2. Развить проектные инициативы участников сообщества;
3. Предоставить возможность в развитии направлений клуба;
4. Выстраивать диалог между всеми участниками образовательного процесса.







ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Обучающие программы в образовании играют ключевую роль в современном учебном процессе, предоставляя разнообразные инструменты для управления обучением, создания образовательных материалов, проведения онлайн - занятий и оценки знаний. Благодаря широкому выбору образовательного ПО, учебные заведения могут адаптировать свои программы под современные требования, улучшить качество обучения и обеспечить взаимодействие с учащимися.

Программы включают в себя различные виды, такие как электронные учебники, платформы для дистанционного обучения, симуляторы, решалки, системы управления обучением, интерактивные учебные материалы, обучающие игры и программы для развития навыков. Эти программы полезны для учащихся и преподавателей, поскольку они обеспечивают интерактивный и персонализированный опыт обучения. Они работают на различных платформах и устройствах, что делает обучение доступным и гибким. Обучающие программы для образования делают обучение эффективным и действенным, отвечая потребностям различных стилей обучения.

Основная цель образовательного ПО — сделать обучение более эффективным, доступным и интересным для школьников.

Преимущества использования образовательных приложений для решения математических задач:

- ✓ быстрый доступ к учебным и справочным ресурсам в любое время и в любом месте;
- ✓ постоянная обратная связь с учителем и учебным сообществом;
- ✓ учёт индивидуальных особенностей ученика, диагностика проблем и индивидуальный темп обучения;
- ✓ повышение мотивации за счёт использования знакомых технических средств и виртуального окружения;
- ✓ организация автономного обучения;
- ✓ создание персонализированного профессионально ориентированного обучающего пространства ученика;
- ✓ развитие навыков и способностей к непрерывному обучению в течение жизни.

Решение прикладных задач с помощью табличного редактора Microsoft Office Excel (Open Office Calc) позволит ученику освежить и систематизировать знания по основам линейной алгебре, векторной алгебре, аналитической геометрии, а также потренироваться в решении стандартных и нестандартных задач.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Башкова В.В. Математика: учебное пособие. - М.: Высшая школа, 2021. – 79с.
2. Любин В.А. Аналитическая геометрия. Практикум. - Краснодар: КГУ, 2023. – 40с.
3. Образовательный портал для подготовки к экзаменам <https://math-ege.sdamgia.ru/>
4. Открытый банк заданий ЕГЭ <https://fipi.ru/ege/otkrytyy-bank-zadaniy-ege>
5. Сайт учителя математики Бородиной М.Б. <https://nsportal.ru/borodina-marina-borisovna>

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1. Диагностические работы

Диагностическая работа №1 по математике

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике даётся 40 минут. Работа включает в себя 10 заданий. При выполнении работы нельзя пользоваться учебниками, рабочими тетрадями, справочниками, калькулятором. При необходимости можно пользоваться черновиком. Записи в черновике проверяться и оцениваться не будут. Выполнять задания можно в любом порядке, главное — правильно решить как можно больше заданий. Советуем Вам для экономии времени пропускать задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходить к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, можно будет вернуться к пропущенным заданиям.

Желаем успеха!

1. Задание. Найти матрицу $C = A - 3B$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

2. Задание. Вычислить AB , если $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$

3. Задание. Вычислить определитель второго порядка $\begin{vmatrix} 11 & -2 \\ 7 & 5 \end{vmatrix}$

4. Задание *. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 3 & 3 & -1 \\ 4 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & -2 \end{vmatrix}$ методом треугольников.

5. Задание. Найти решение СЛАУ $\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 = 7 \\ 2x_1 + x_2 = 9 \end{cases}$ при помощи метода Крамера.

6. Задание *. При помощи формул Крамера найти решение системы

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 - x_2 = -2 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases}$$

7. Задание. Найти угол между векторами $\vec{a} = (1; \sqrt{3})$ и $\vec{b} = (1; 0)$

8. Задание. Вычислить скалярное произведение векторов \vec{a} и \vec{b} , если их длины соответственно равны 2 и 3, а угол между ними 60 градусов.

9. Задание. Найти уравнение прямой, проходящей через две точки (1; -2) и (-3; 0).

10. Задание. 1) Составьте уравнение прямой, проходящей через точки A(2; -3) и B(4; 1).

2) Найдите координаты точки пересечения данной прямой с осью абсцисс.

Диагностическая работа №2 по математике

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике даётся 40 минут. Работа включает в себя 10 заданий. При выполнении работы нельзя пользоваться учебниками, рабочими тетрадями, справочниками, калькулятором. При необходимости можно пользоваться черновиком. Записи в черновике проверяться и оцениваться не будут. Выполнять задания можно в любом порядке, главное — правильно решить как можно больше заданий. Советуем Вам для экономии времени пропускать задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходить к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, можно будет вернуться к пропущенным заданиям.

Желаем успеха!

1. Задание. Найти матрицу A^T , если $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$

2. Задание. Вычислить AB , если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

3. Задание *. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$

4. Задание. Вычислить определитель второго порядка $\begin{vmatrix} 11 & -2 \\ 7 & 5 \end{vmatrix}$

5. Задание*. При помощи формул Крамера найти решение системы

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 - x_2 = -2 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases}$$

6. Задание. Найти решение СЛАУ $\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 = 7 \\ 2x_1 + x_2 = 9 \end{cases}$ при помощи метода Крамера.

7. Задание. Найти угол между векторами $\vec{a} = (1;3)$ и $\vec{b} = (2;1)$

8. Задание. Найти скалярное произведение векторов $\vec{a} = (3;1)$ и $\vec{b} = (-2;7)$

9. Задание. Найдите уравнение прямой. Прямая имеет коэффициент -2 и проходит через точку (-3;2).

10. Задание. 1) Составьте уравнение прямой, проходящей через точки $A(2;-3)$ и $B(4;1)$.

2) Найдите координаты точки пересечения данной прямой с осью абсцисс.

ОТВЕТЫ:

Работа №1		Работа №2	
1.	$\text{Ответ. } C = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -1 & -7 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$	1.	$\text{Ответ. } A^T = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$
2.	$\text{Ответ. } AB = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$		$\text{Ответ. } C = AB = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$
3.	69		0
4.	54		69
5.	-11 ; 31		-1; 1; 3
6.	-1; 1; 3		-11 ; 31
7.	60		45
8.	3		-13
9.	$y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$		$y = -2x - 4$
10.	$y=2x-7$ (3.5;0)		$y=2x-7$ (3.5;0)

Приложение 2. Тезисы

1. Рассматривать математику лишь как трудную науку было бы упущением, ведь она способна пробуждать эмоции, вдохновлять, развивать и помогать людям.
2. Линейная алгебра – математическая наука для способных людей.
3. Аналитическая геометрия – это не скучно, это наука занимательная и серьезная.
4. Алгебра - это сад сложных формул, закономерностей и не понятных слов.
5. Задачи по геометрии для воображения ума.
6. Метод решения правильный, если предвиден и подтвержден результат.
7. Геометрия - это не просто утверждения, а цель, к которой стремятся в процессе доказательства, опираясь на логику и известные математические факты.
8. Геометрия – математика, изучающая фигуры, их формы и размеры.
9. Свободный вектор – это множество одинаковых направленных отрезков.

Приложение 3. Анализ ЕГЭ по математике 2025 года

В 2025 году математику профильного уровня выбрали 172 выпускника (46,1 %), в том числе 1 экстерн, получающий образование в форме семейного образования.

Средний балл по району в 2025 году составил 59,5 балла (в 2024 году – 70,7 балла), что на 11,2 балла ниже, чем в прошлом году.

ОО	Результаты ЕГЭ по математике (профильный уровень) - 2025			
	кол-во писавших	% писавших от общего количества	кол-во «2»	средний балл
СОШ №1	16	43,2		60,0
СОШ №4	8	44,4		64,8
СОШ №5	6	66,7		65,0
СОШ №6	4	26,7		68,5
СОШ №7	19	50,0	1	60,7
СОШ №8	19	41,3	1	57,7
СОШ №9	3	100,0		62,0
СОШ №10	13	44,8		67,8
СОШ №11	10	83,3		64,8
СОШ №12	9	40,9		46,6
СОШ №15	5	45,5		63,6
СОШ №18	8	25,0		58,8
СОШ №19	18	85,7		56,7
СОШ №28	2	25,0		45,5
СОШ №39	14	58,3		57,1
СОШ №55	17	48,6		55,5
Итого	171	46,1	2	59,5

Порог успешности по профильной математике в 2025 году составил 27 баллов.